# Magie avec Zeckendorf

#### Plan

- Edouard Zeckendorf
- Suite de Fibonacci
- Théorème de Zeckendorf
- Cartes de Zeckendorf
- Numération de Zeckendorf
- Webographie

### **Edouard Zeckendorf**

Liège 1901 - Liège 1983

Médecin militaire belge

Mathématicien

Nombreux articles dans le Bulletin de la société royale des sciences de Liège



### Suite de Fibonacci

```
Nombres de Fibonacci : F_0 = 0
entiers F_n F_1 = 1
définis par récurrence F_n = F_n
```

$$F_0 = 0$$
  
 $F_1 = 1$   
 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \sin n \ge 2$ 

### Théorème de Zeckendorf

Tout entier naturel peut s'exprimer de façon unique comme somme de nombres de Fibonacci  $F_n$  non consécutifs (avec  $n \ge 2$ ).

Représentation de Zeckendorf - Exemple

$$F_3$$
  $F_5$   $F_9$   $F_{15}$   $F_{18}$   $F_{20}$   $F_{15}$   $F$ 

### **Cartes de Zeckendorf**

 1
 4
 6
 9
 12

 14
 17
 19
 22
 25

 27
 30
 33
 35
 38

 40
 43
 46
 48

2 7 10 15 20 23 28 31 36 41 44 49

3 4 11 12 16 17 24 25 32 33 37 38 45 46 50 5 6 7 18 19 20 26 27 28 39 40 41

8 9 10 11 12 29 30 31 32 33 42 43 44 45 46 13 14 15 16 17 18 19 20 47 48 49 50

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 Sur chaque carte figure en haut à gauche un nombre de Fibonacci F<sub>n</sub>.

Ce nombre F<sub>n</sub> intervient dans la représentation de Zeckendorf des autres nombres de la carte.

On peut remarquer que la somme 1 + 2 + ... + 34 = 87 F<sub>2</sub> F<sub>3</sub> ... F<sub>9</sub>

## Cartes choisies

```
1
+ 3
+ 8
+ 21
= 33
```

### **Cartes exclues**

2 7 10 15 20 23 28 31 36 41 44 49 5 6 7 18 19 20 26 27 28 39 40 41

 13
 14
 15
 16
 17

 18
 19
 20
 47
 48

 49
 50

34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 87
- 2
- 5
- 13
- 34
= 33

### Numération de Zeckendorf

$$F_{11}$$
  $F_{10}$   $F_{9}$   $F_{8}$   $F_{7}$   $F_{6}$   $F_{5}$   $F_{4}$   $F_{3}$   $F_{2}$  (1)

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 (2)

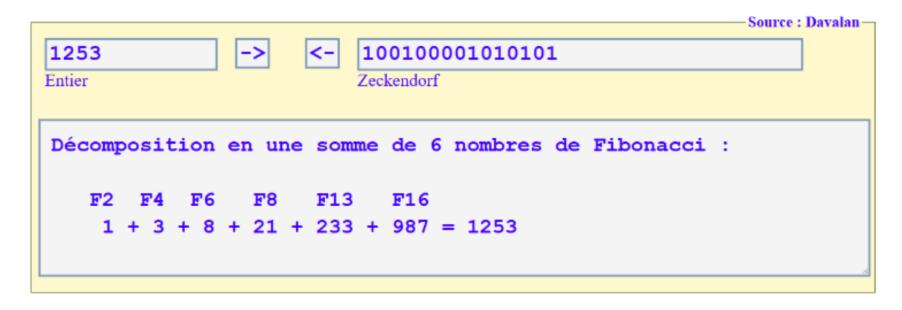
89 +34 +13 +5 +2 =143

- sont rangés de droite à gauche dans l'ordre croissant.
- (1) Les nombres de Fibonacci (2) On indique par 1 la présence et par 0 l'absence du nombre de Fibonacci dans la représentation.

```
128
```

Numération binaire

### Nombres de Zeckendorf



Ce programme est exécutable sur le site <u>Jeux Mathématiques</u>

#### Webographie

Edouard Zeckendorf
 Wikipédia

Théorème de Zeckendorf
 Wikipédia

Numération de Zeckendorf

Jeux et Maths (J-P Davalan) - Programme de calcul

Fibonacci magique

**Jeux et Maths (J-P Davalan) - PDF 10 cartes** 

Décomposition de Zeckendorf des nombres entiers

Les sorciers de Salem - PDF 8 cartes

Des systèmes exotiques pour écrire les nombres

J-P Delahaye - Pour la Science N° 568 du 5.02.2025