

# Une soirée au Kafemath

Un exemple

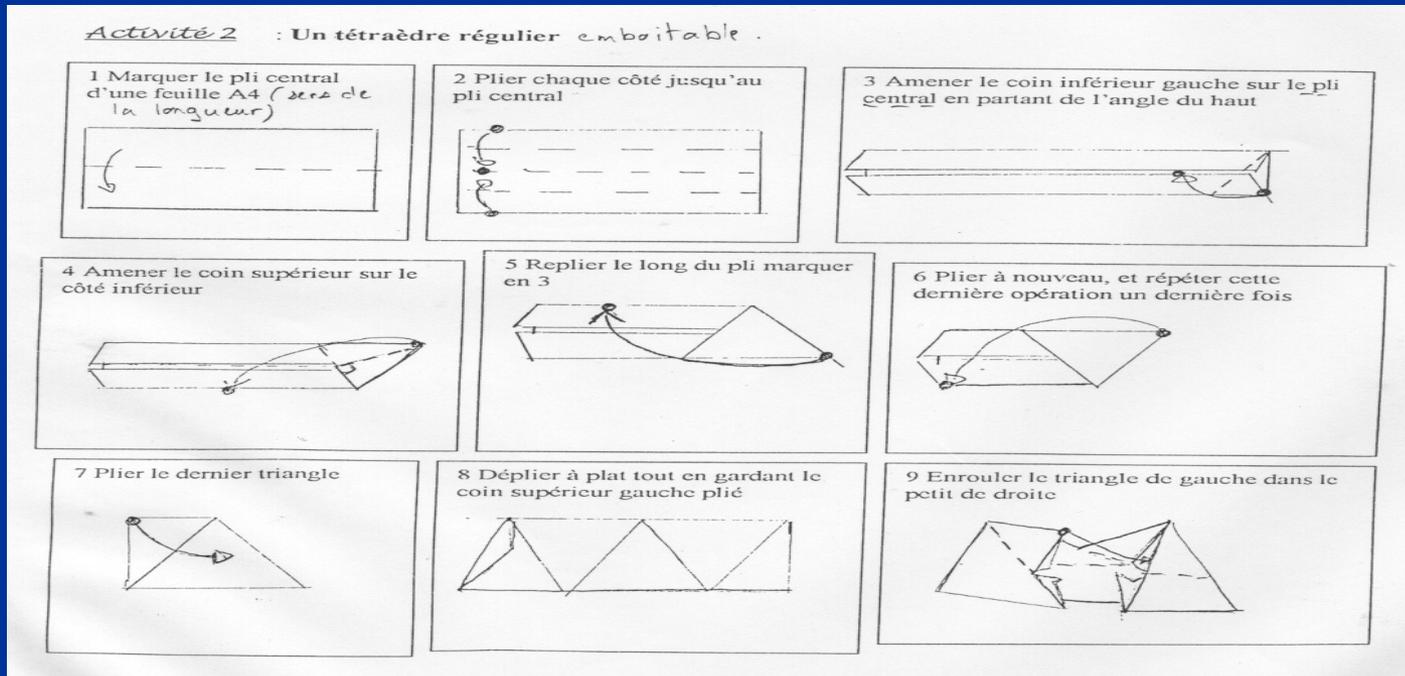
Des pliages à la relation d'Euler

# Les objectifs

- Le plaisir pour tous
- La beauté
- Le voyage dans le temps et l'espace

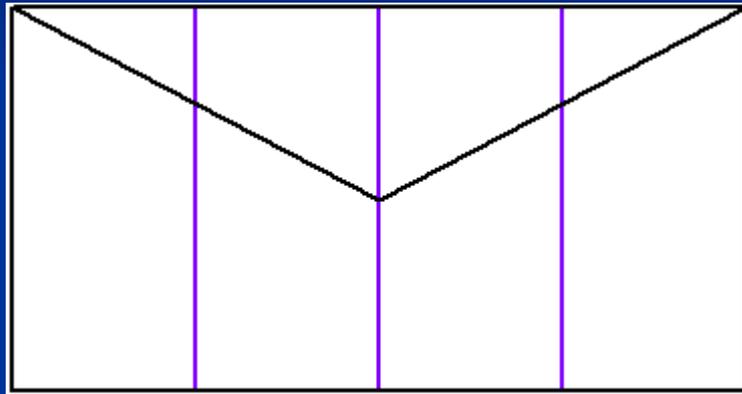
# D'abord construire

- Un Tétraèdre régulier , sans colle ni ciseaux, avec une feuille A4



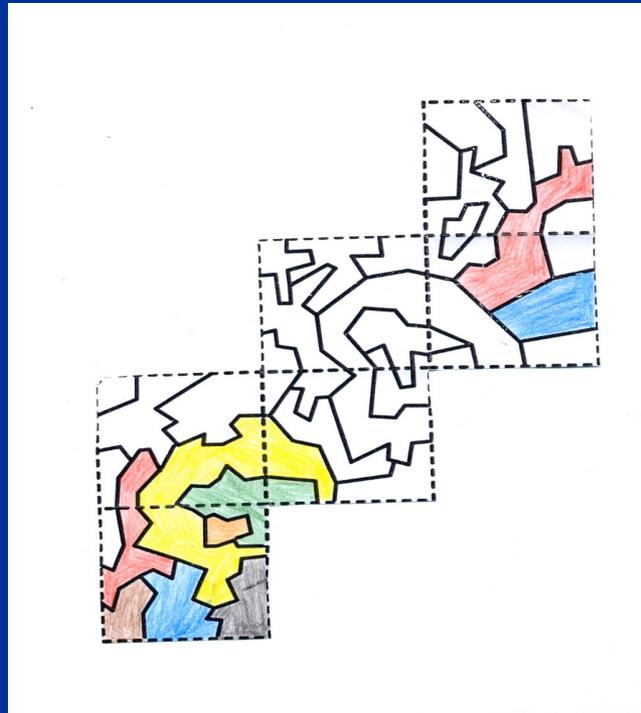
# D'abord, construire

- Un cube, avec une enveloppe 11 x 22



# Mentalement , passer du plan à l'espace

- En imaginant des patrons de cube,
- Et en les coloriant
- 



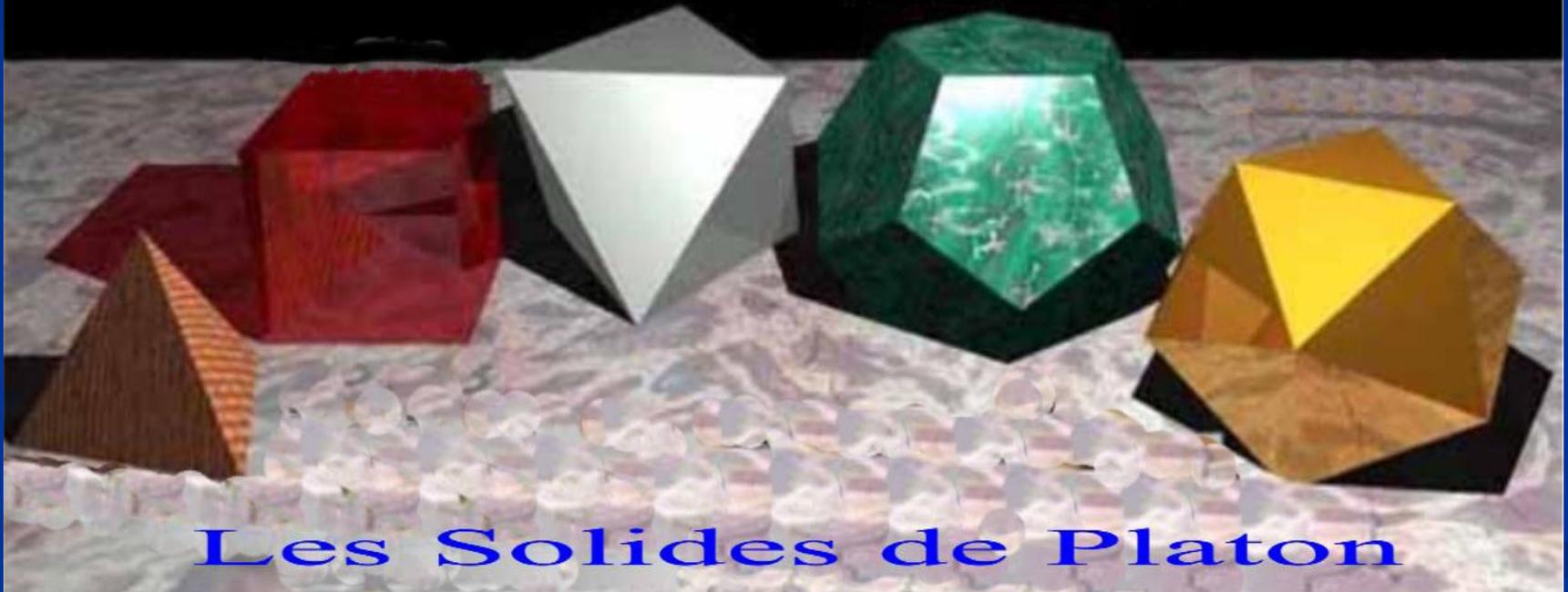
Tétraèdre

Cube

Octaèdre

Dodécaèdre

Icosaèdre



**Les Solides de Platon**

# Y a-t-il d'autres polyèdres réguliers ?

- A l'aide, Euler



Polyèdre	p	q	S	A	F	F+S	A+2
Tétraèdre	3	3	4	6	4		
Cube							
Octaèdre							
Dodécaèdre							
Icosaèdre							

Dans un polyèdre régulier, un même nombre d'arêtes  $p$  part de chaque sommet, et chaque face est constituée d'un même nombre d'arêtes ( $q$ ).

Soit  $S$ ,  $A$  et  $F$  les nombres respectifs de sommets, d'arêtes et de Faces.

En comptant les arêtes d'un polyèdre de 2 manières différentes, on

a :

$$A = =$$

( $q$  arêtes par face, chacune appartenant à 2 faces. Et  $p$  arêtes par sommet, chacune appartenant à 2 sommets.

De  $F + S = A + 2$ , on déduit  $+ = A + 2$

D'où l'égalité  $+ = +$ , et donc  $+ >$

Or  $p$  et  $q$  valent au minimum 3. Et donc

Si  $p = 3$ ,  $>$  d'où  $q = 3, 4$  ou  $5$

Id pour  $q$

Si  $p$  et  $q \geq 4$ , alors  $+ =$  est toujours

**Il n'y a donc que 5 couples possibles ( $p ; q$ )**

# Ne pas oublier la beauté



# Euler dans la ville

$S=16$     $F = 14$     $A = 28$



$$S - A + F = 2?$$



HENRI POINCARÉ DANS SON CABINET DE TRAVAIL. — PHOT. DORNAC.

# Que se passe-t-il si.....

- ...On accole 2 tétraèdres par un sommet ?
- ....Ou par une arête ?
- ....Ou si on colle 2 cubes ?
- .....Ou si on les creuse ?



# La Géode est-elle un polyèdre régulier ?



# Kafemath -lycée en boucle

- D'abord, une séance de pliages conçue avec des secondes, pour des ateliers de Primaires
- Prolongée pour les saveurs du Kafé par une excursion dans le monde des polyèdres, avec de belles rencontres (Platon, Kepler, Euler, Poincaré et d'autres)
- Retour au lycée pour les TS

# Les Sources

- Mathémagie des Pliages
  - D Boursin et V Larose ACL Editions du Kangourou
- Preuves et Réfutations Imre Lakatos Hermann
- Escher le miroir magique Bruno Ernst Chez Taco
- [www.ac-noumea.nc/maths/polyhedr](http://www.ac-noumea.nc/maths/polyhedr)

# La démonstration de Cauchy

