Comment Aristarque de Samos mesurait les distances de la lune et du soleil

François Dubois [1]

Kafemath
"La Coulée Douce", Paris 12ième
jeudi 11 février 2010

[1] animateur du Kafemath, café mathématique à Paris.

Samos en Grèce

Aristarque de Samos

environ 310 - environ 230 av. J.-C.

On ne sait quasiment rien de lui.

Un cratère de la Lune porte son nom

(vue prise depuis Apollo 15, 1971).

Pappus d'Alexandrie (vers 300 après J.C.)

PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
Collectiones.

A FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATÆ
In Latinum Conuersæ, & Commentarijs
Illustratæ.

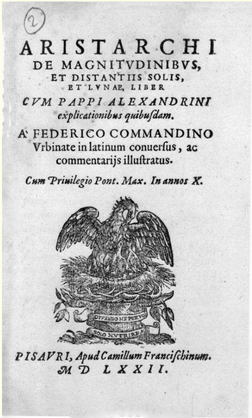
VENETIIS.
Apud Franciscum de Franciscis Senensem.

M. D. LXXXIX.

Le traité d'Aristarque est le "tome 6" de sa "Petite Astronomie"

Wallis 1688

Edition en grec



ARISTARCHI
DE MAGNITVDINIBVS,
ET DISTANTIIS SOLIS,
ET LVNAE, LIBER
CVM PAPPI ALEXANDRINI
explicationibus quibusdam.
A FEDERICO COMMANDINO
Vrbinate in latinum conuersus, ac
commentarijs illustratus.
Cum Priuilegio Pont. Max. In annos X.

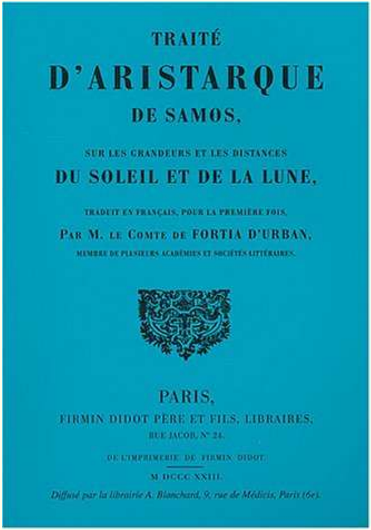
PISAVRI, Apud Camillum Francischinum.
M D L X X I I.

Une édition latine du livre d'Aristarque

Comte de Fortia d'Urban (1810) : nouvelle édition en grec

Traduction Française (1823)

Traduction Française de Fortia d'Urban (1823)



TRAITÉ

D'ARISTARQUE

DE SAMOS,

SUR LES GRANDEURS ET LES DISTANCES

DU SOLEIL ET DE LA LUNE,

TRADUIT EN FRANÇAIS, POUR LA PREMIÈRE FOIS,

PAR M. LE COMTE DE FORTIA D'URBAN,

MEMBRE DE PLUSIEURS ACADÉMIES ET SOCIÉTÉS LITTÉRAIRES.

PARIS,

FIRMIN DIDOT PÈRE ET FILS, LIBRAIRES,

RUE JACOB, N° 24.

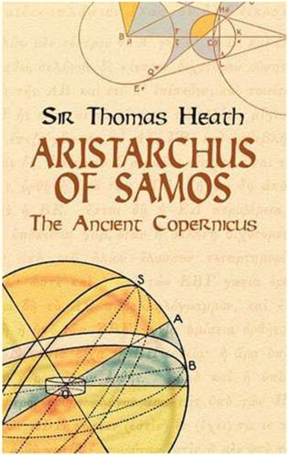
DE L'IMPRIMERIE DE FIRMIN DIDOT.

M DCCC XXIII.

Diffusé par la librairie A. Blanchard, 9, rue de Médicis, Paris (6e).

Réédition Albert Blanchard (2003)

Travaux modernes



Thomas Little Heath (1861-1940)

Thomas Little Heath

ARISTARCHUS OF SAMOS
THE ANCIENT COPERNICUS

A HISTORY OF GREEK ASTRONOMY TO ARISTARCHUS
TOGETHER WITH ARISTARCHUS'S TREATISE
ON THE SIZES AND DISTANCES
OF THE SUN AND MOON

A NEW GREEK TEXT WITH TRANSLATION
AND NOTES

BY

SIR THOMAS HEATH
K.C.B., ScD., F.R.S.
SOMETIME FELLOW OF TRINITY COLLEGE, CAMBRIDGE

OXFORD
AT THE CLARENDON PRESS
1913

Ce que contient le livre réédité par Blanchard

Préface de 3 pages (Comte de Fortia d'Urban)

Traduction en Français du texte d'Aristarque (pages 5 à 40)
six hypothèses de 1 à 6,
19 propositions de I à XIX

Commentaires de Pappus (pages 41 à 88)

Observations sur la traduction précédente (pages 89 à 107)
dont un "abrégé" de Jean Gravius (1659)
(original en arabe, traduit en Français)

Observations sur cette traduction (pages 109 à 112)

Planches (3 pages en fin de volume)

Six hypothèses... plus une

1. La lune reçoît sa lumière du soleil.
2. La terre peut être considérée comme un point, et comme le centre de l'orbite de la lune.
3. Lorsque la lune nous paraît coupée en deux portions égales, elle nous offre son grand cercle qui détermine la partie éclairée et la partie obscure de cet astre.
4. Lorsque la lune nous paraît coupée en deux portions égales, sa distance du soleil est moindre du quart de sa circonférence, de la trentième partie de ce quart.
5. La largeur de l'ombre est de deux lunes.
6. L'arc sous-tendu dans le ciel par la lune est le quinzième d'un signe.

IX. Lorsque le soleil est entièrement éclipsé, un même cône, ayant son sommet à notre œil, comprend le soleil et la lune.

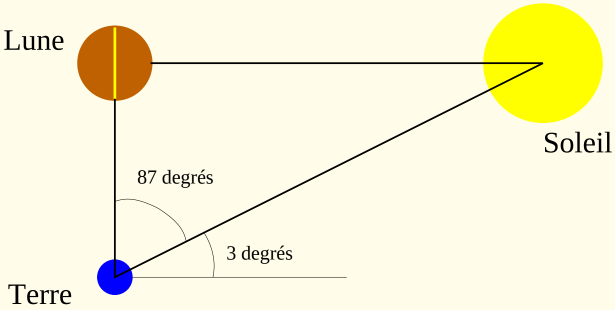
Conclusions

La distance du soleil à la terre
est plus grande que dix huit fois la distance à la lune,
mais elle est moindre que vingt fois cette distance.

Le diamètre du soleil est en même rapport
avec le diamètre de la lune.

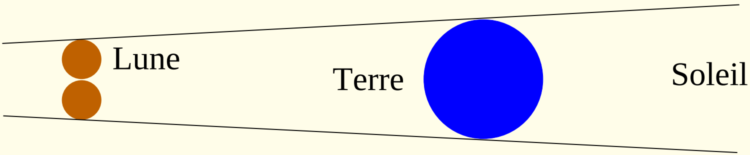
La proportion du diamètre du soleil à celui de la terre
est plus grande que celle de 19 à 3,
et plus petite que celle de 43 à 6.

Explicitation des hypothèses *(i)*



4. Lorsque la lune nous paraît coupée en deux portions égales,
sa distance du soleil est moindre du quart
de sa circonférence (90 degrés),
de la trentième partie de ce quart (3 degrés).

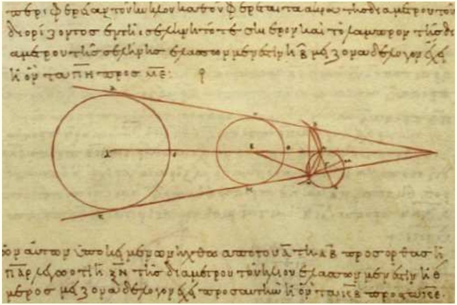
Explicitation des hypothèses *(ii)*



5. Lors d'une éclipse de Lune,
   la taille de l'ombre de la Terre
   est égale à deux fois le diamètre de la Lune.

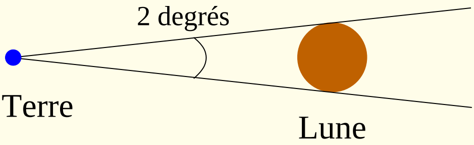
Explicitation des hypothèses *(ii)*

Eclipse de Lune décrite par Aristarque



Version grecque de l'ouvrage (10 ième siècle ?)

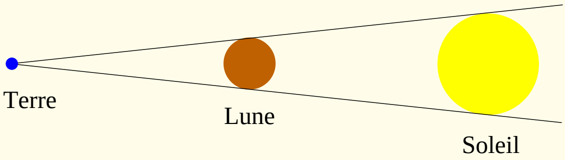
Explicitation des hypothèses *(iii)*



6. L'arc sous-tendu dans le ciel par la lune est le quinzième d'un signe, soit deux degrés.

En effet, le zodiaque représente 360 degrés,
soit 30 degrés par signe,
donc 2 degrés pour le quinzième d'un signe.

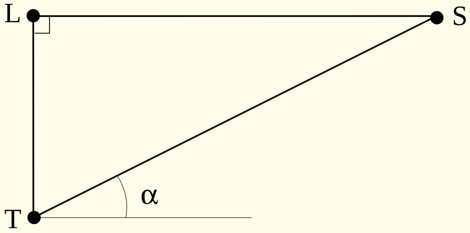
Explicitation des hypothèses *(iv)*



IX. L'existence des éclipses de Soleil montre que les diamètres apparents de la Lune et du Soleil sont identiques.

Calculs trigonométriques (Aristarque, Pappus, Gravius...)

4.

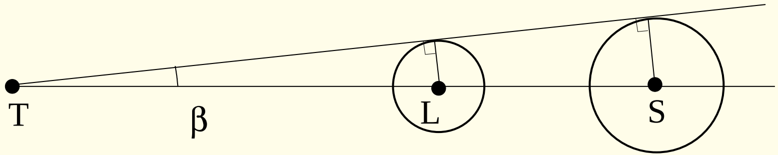


$$\sin\alpha = \frac{TL}{TS} \qquad \alpha = 3 \text{ degrés}$$

Donc $$\frac{TS}{TL} = \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\left(3\,\pi/180\right)} \approx \frac{60}{\pi} \approx 19,11$$

Calculs trigonométriques *(ii)*

6 et IX.



ρ_L : rayon de la Lune, δ_L : diamètre de la Lune,
ρ_S : rayon du Soleil

$$\sin\beta = \frac{\rho_L}{\mathrm{TL}} = \frac{\rho_S}{\mathrm{TS}}, \qquad \beta = 1 \text{ degré}, \qquad \text{donc}$$

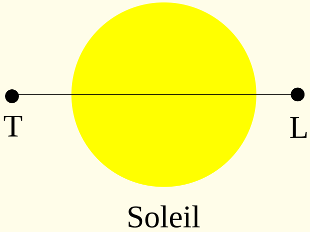
$$\frac{\delta_L}{TL} = 2\,\frac{\rho_L}{TL} = 2\sin\beta = 2\,sin\left(\pi/180\right) \approx \frac{\pi}{90} \approx \frac{35}{1000} \approx \frac{7}{200}$$

$$\frac{\rho_S}{TL} = \frac{\rho_S}{TS}\,\frac{TS}{TL} \approx \left(\sin\beta\right) \times 19{,}11 \approx \frac{7}{400} \times 19{,}11 \approx 0{,}3344$$

Le soleil est ENORME !

Une première conclusion importante

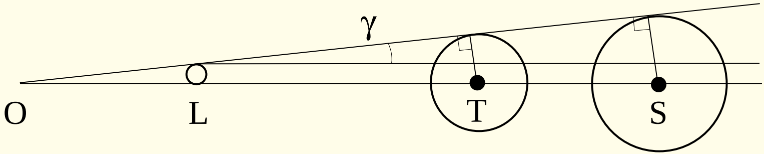
Le soleil est énorme !



Tailes comparées du soleil
et de la distance Terre-Lune, selon Aristarque

Calculs trigonométriques *(iii)*

Prise en compte de l'hypothèse 5 relative aux éclipses de Lune



On sait que $\frac{\mathrm{TS}}{\mathrm{TL}} \approx 19,11$, $\frac{\delta_L}{TL} \approx \frac{7}{200}$, $\frac{\rho_S}{TL} \approx 0,3344$

donc $\frac{\rho_S}{\delta_L} = \frac{\rho_S \,/\, TL}{\delta_L \,/\, TL} \approx 0,3344 \times \frac{200}{7} \approx 9,555$

puis $\sin\gamma = \frac{\rho_T - \delta_L}{TL} = \frac{\rho_S - \delta_L}{LS}$ dont on déduit

$$\frac{\rho_T}{\delta_L} = 1 + \frac{TL}{LS}\left(\frac{\rho_S}{\delta_L} - 1\right) \approx 1 + \frac{9,555 - 1}{19,11 + 1} \approx 1,425$$

Enfin, $\frac{\rho_S}{\rho_T} \approx \frac{9,555}{1,425} \approx 6,70 \approx \frac{382}{57}$

Comparaison avec les résultats d'Aristarque

Rapport des distances du soleil à la lune

$$18 \leq \frac{TS}{TL}(= 19,11) \leq 20$$

Diamètre du soleil comparé au diamètre de la terre

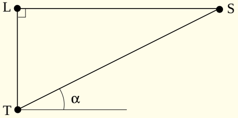
$$\frac{19}{3} \approx 6,33 \leq \frac{\rho_S}{\rho_T}(\approx 6,70) \leq 7,16 \approx \frac{43}{6}$$

Le soleil est beaucoup plus grand que la terre
ALors pourquoi tournerait-il autour d'elle chaque jour,
et pas le contraire ?

Comparaison avec les données modernes

$$\rho_T = 6\,370 \text{ km}$$
$$\rho_L = 1\,737 \text{ km}, \qquad TL = 384\,000 \text{ km}$$
$$\rho_S = 700\,000 \text{ km}, \qquad TS = 150\,000\,000 \text{ km}$$

Les données d'Aristarque sont parfois trop approximatives !



$$\sin\alpha = \frac{\mathrm{TL}}{\mathrm{TS}} = \frac{384\,000}{150\,000\,000} \approx 0,00256$$
$$\alpha \approx 0,1466 \text{ degré} \approx 8,8 \text{ minutes d'arc}$$

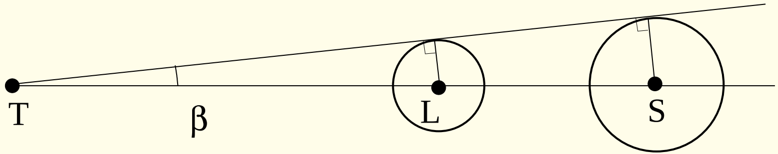
Aristarque surestime cet angle d'un facteur 20 !

Avec $\alpha \approx$ 10 minutes d'arc $\approx \frac{1}{6}$ degré pour fixer les idées,

la valeur de $\frac{\mathrm{TL}}{\mathrm{TS}}$ passe de 19,11 à 343,8 !

Comparaison avec les données modernes *(ii)*

Egalité des diamètres apparents



$$\sin\beta = \frac{\rho_L}{\mathrm{TL}} = \frac{1\,737}{384\,000} \approx 0,004523 \,, \qquad \beta \approx 0,259 \text{ degré},$$

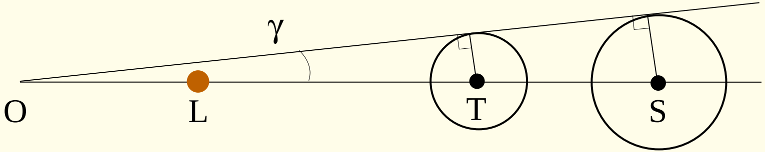
$$\sin\beta' = \frac{\rho_S}{\mathrm{TS}} = \frac{700\,000}{150\,000\,000} \approx 0,004666 \,, \qquad \beta' \approx 0,267 \text{ degré}$$

L'égalité des diamètres apparents

est une hypothèse tout à fait raisonnable !

Comparaison avec les données modernes *(iii)*

Taille de l'ombre de la terre



ρ_θ : rayon de la tache d'ombre de la terre
vue au droit de l'orbite de la lune

$$\sin\gamma = \frac{\rho_S}{\mathrm{OS}} = \frac{\rho_T}{\mathrm{OT}} = \frac{\rho_\theta}{\mathrm{OL}} = \frac{\rho_S - \rho_T}{\mathrm{TS}} = \frac{\rho_T - \rho_\theta}{\mathrm{TL}}$$

donc $\rho_\theta = \rho_T - \frac{\mathrm{TL}}{\mathrm{TS}}\left(\rho_S - \rho_T\right) \approx \rho_T - \frac{\mathrm{TL}}{\mathrm{TS}}\,\rho_S$

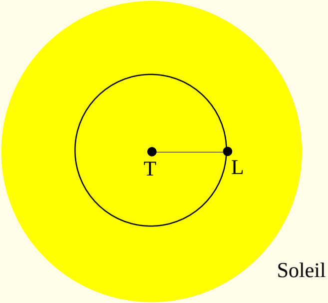
$$\rho_\theta \approx 6\,370 - 0,00256 \times 700\,000 = 6\,370 - 1\,792 = 4\,578 \text{ km}$$

et $\frac{\rho_\theta}{\delta_L} \approx 1,32$ au lieu de 1 chez Aristarque.

Erreur tout à fait admissible !

Comparaison avec les données modernes *(iv)*

Le soleil est encore plus grand que dans la vision d'Aristarque.



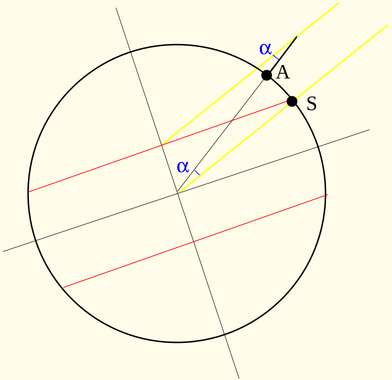
Le soleil contient sans peine
l'ensemble du système Terre-Lune !

Aristarque ignorait la mesure du rayon de la Terre !

Eratosthène de Cyrène (Shahat en Libye), 276 - 194 avant J.-C.
calcule le diamètre de la Terre

A Syène (Assouan) [proche du tropique du Cancer],
le jour du solstice d'été, les rayons du soleil
pénètrent jusqu'au fond d'un puits ; il n'y a pas d'ombre
A Alexandrie, le même jour et à la même heure,
un obélisque produit une ombre

Eratosthène de Cyrène (40 ans après Aristarque)



angle α entre le rayon du soleil et la verticale à Alexandrie

$$\alpha = 7,2 \text{ degrés}$$

distance entre Syène et Alexandrie : 5000 stades (787,5 km)

$$\text{donc } \rho_T = \frac{787,5}{\alpha} = \frac{787,5 \times 180}{7,2 \times \pi} \approx 6\,267 \text{ km}$$

précision remarquable (de l'ordre de 1 %) puisque $\rho_T \approx 6\,370$ km

Hipparque de Nicée (100 ans après Aristarque)

Hipparque de Nicée (actuelle Iznik en Turquie)

- Actif entre 147 et 127 av. J.-C.
- Epicycles
- Notion de parallaxe
- Elabore des premières "tables de cordes du cercle"

  trigonométrie
- Calcul de la distance de la Lune et du Soleil
  - distance Terre-Lune bien approchée :

    entre 62 et 77 rayons terrestres (au lieu de 60)
  - distance Terre-Soleil encore minorée :

    490 rayons terrestres (au lieu de 23500)

Aristarque précurseur de Copernic de 1800 ans...

La théorie d'Aristarque sur l'héliocentrisme (-280), nous est connue grâce à Archimède (287 av. J.-C., 212 av. J.-C.) :

"Tu sais que le monde est appelé par la plupart des astronomes une sphère dont le centre est le même que celui de la terre et dont le rayon est égal à la droite placée entre le centre de la terre et celui du soleil. Aristarque de Samos rapporte ces choses en les réfutant, dans les propositions qu'il a publiées contre les astronomes. D'après ce qui est dit par Aristarque de Samos, le monde serait beaucoup plus grand que nous venons de le dire; car il suppose que les étoiles et le soleil sont immobiles ; que la terre tourne autour du soleil comme centre; et que la grandeur de la sphère des étoiles fixes dont le centre est celui du soleil, est telle que la circonférence du cercle qu'il suppose décrite par la terre est à la distance des étoiles fixes comme le centre de la sphère est à la surface [...]"

Archimède, Préface du traité *L'arénaire*.
Traduction F. Peyraud, Paris, 1807.

Aristarque précurseur de Copernic *(ii)*

Une des principales critiques
du système héliocentrique d'Aristarque :

Si la terre est mobile, pourquoi ne voit-on pas les étoiles
suivant des angles différents en été et en hiver ?

Les étoiles sont très très loin !
"parsec" : distance pour laquelle la distance Terre-Soleil
est vue sous un angle de une seconde d'arc (1 / 3600 degré)

$$p = \frac{\mathrm{TS}}{\mathrm{tg}\big(\pi/(3600 \times 180)\big)} \approx \frac{3,6\,10^3 \times 0,18\,10^3 \times 150\,10^6}{3,1416} \text{ km}$$

$$p \approx 30,9\,10^{12} \text{ km} \quad \approx 3,26 \quad \text{années-lumière}$$

L'étoiles la plus proche (α du Centaure)
est distante de la terre de plus de 1 parsec !